Задача 10 **Шифр**

2	**4**	**3**	**1**	**2**	**4**
a	**b**	**c**	**d**	**e**	**f**

Определяем э.д.с. источников и сопротивления элементов в соответствии с шифром:

$E = 10 \cdot e = 20$ В

$R = 5 \cdot b \cdot f = 80$ Ом

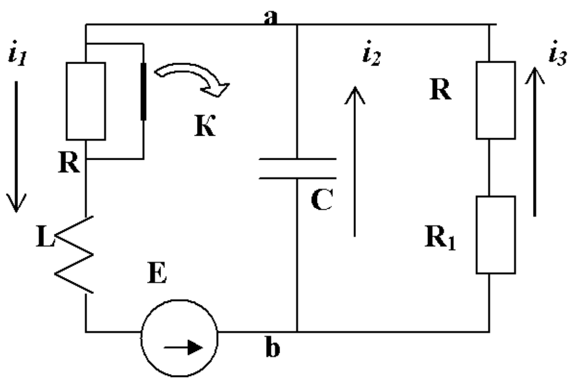
$R_1 = 50 \cdot b \cdot f = 800$ Ом

$L_1 = 1{,}25 \cdot b = 5$ мГн

$C = d = 1$ мкФ

Ищем ток в ветви $|c-d| = 2$

ЭДС в ветви № 1



Чертим схему в соответствии с шифром.

1.1 Начальные значения переменных состояния до коммутации и принуждённые значения после коммутации:

$$i_1(0) = \frac{E}{R+R_1} = 22{,}7 \text{ мА}; \quad U_C(0) = E = 20{,}0 \text{ В}$$

$$i_{1пр} = \frac{E}{2R+R_1} = 20{,}8 \text{ мА}; \quad U_{Cпр} = i_{1пр} \cdot (R + R_1) = 18{,}33 \text{ В}$$

1.2. Система уравнений Кирхгоффа для мгновенных значений токов в послекоммутационной схеме.

$$\left.\begin{aligned} &(1) \quad i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ &(2) \quad i_1 R + L\frac{\partial i_1}{\partial t} + \frac{1}{C}\int i_2 \partial t = E \\ &(3) \quad \frac{1}{C}\int i_2 \partial t - i_3(R + R_1) = 0 \end{aligned}\right\}$$

Здесь $\frac{1}{C}\int i_2 \partial t = U_C$ или $\frac{\partial U_C}{\partial t} = \frac{i_2}{C}$ (4)

1.3. Определим характеристическое уравнение схемы и найдём его корни. Для этого приравняем к нулю сопротивление схемы со стороны ветви в которой происходит комутация, предварительно заменив в выражении сопротивления реактивных элементов **jω** на **p**. Внутреннее сопротивление ЭДС принимаем равным нулю.

$$Z_{вх} = \frac{1}{pC} + \frac{(R + pL)(R_1 + R)}{R + pL + R_1 + R} = \frac{pC(R + pL)(R_1 + R) + R_1 + R + R + pL}{(R + pL + R_1 + R)pC} = 0$$

Если дробь равна нулю, то равен нулю её числитель:

$pC(R + pL)(R_1 + R) + R_1 + R + R + pL = 0.$ Раскроем скобки и приведём подобные:

$p^2CL(R_1 + R) + p(L + C(R_1 + R) \cdot R) + 2R + R_1 = 0.$ Делим всё на $CL(R_1 + R)$:

$$p^2 + p\left(\frac{1}{C(R_1 + R)} + \frac{R}{L}\right) + \frac{2R + R_1}{CL(R_1 + R)} = 0$$

Подставляя значение сопротивлений, ёмкости и индуктивности получаем квадратное уравнение относительно **p**:

$$p^2 + 17136{,}4p + 2{,}182 \cdot 10^8 = 0$$

Определитель: $D = 17136{,}4^2 - 4 \cdot 2{,}182 \cdot 10^8 = -5{,}791 \cdot 10^8$

Значение **D** отрицательно - корни уравнения будут мнимыми и комплексно сопряженными.

Действительная часть корня: **Re[p] = - 0.5• 17136,4 = -8568**

Мнимая часть корня: $\mathbf{Im[p] = \pm 0.5 \sqrt{-5{,}791 \cdot 10^4} = \pm 12032}$

Записываем решение уравнения в алгебраической и показательной форме:

$$p_1 = -8568 + 12032j = 14771{,}0\,e^{125{,}5^\circ j} \quad ; \quad p_2 = -8568 - 12032j = 14771{,}0\,e^{-125{,}5^\circ j}$$

2. Решим задачу классическим методом.

2.1. Будем искать напряжение на ёмкости в следующем виде:

$$Uc = Uc_{пр} + A \cdot e^{Re[p]t} \cdot \mathrm{Sin}(\,Im[p]t + B)$$

Здесь **А** и **В** постоянные, которые мы определим через начальные условия задачи, одновременно применяя первый и второй законы коммутации.

Подставляем значения величин в формулу для напряжения:

$$Uc = 18{,}33 + A \cdot e^{-8568\,t} \cdot \mathrm{Sin}(\,12032\,t + B)$$

Согласно второму закону коммутации, напряжение на ёмкости не может измениться скачкообразно, то есть ***Uc*(0+) = *Uc*(0-)**. Подставим в предыдущую формулу значение времени, равное нулю:

$$Uc(0) = 18{,}33 + A \cdot \mathrm{Sin}(B) = 20{,}0 \text{ В}$$

Выражаем коэффициент **А** через коэффициент **В:**

$$A = \frac{1{,}67}{\mathrm{Sin}(B)} \qquad (5)$$

Второе уравнение для связи коэффициентов **А** и **В** найдём продифференцировав выражение для ***Uc*** по времени**:**

$$\frac{\partial Uc}{\partial t} = A \cdot e^{-8568\,t} \cdot [\,-8568 \cdot \mathrm{Sin}(\,12032\,t + B) + 12032 \cdot \mathrm{Cos}(12032\,t + B)] \qquad (6)$$

Подставляем **t** = **0** и значение **А** из формулы **(5)**:

$$\left.\frac{\partial Uc}{\partial t}\right|_{t=0} = A \cdot [\,-8568 \cdot \mathrm{Sin}(B) + 12032 \cdot \mathrm{Cos}(B)] = -14280{,}3 + 20053{,}3 \cdot \mathrm{Ctg}(B), \quad (7)$$

Учитываем, что $\frac{\partial Uc}{\partial t} = \frac{i_2}{C} = \frac{i_1 - i_3}{C}$ - из уравнения **(1)** системы.

Ток i_3 найдём из уравнения **(3)** системы Кирхгоффа:

$$i_3 = \frac{U_C}{R + R_1}; \quad i_3(0) = \frac{U_C(0)}{R + R_1} = \frac{20{,}0}{880} = 22{,}73 \text{ мА}$$

$$\left.\frac{\partial Uc}{\partial t}\right|_{t=0} = \frac{i_1(0) - i_3(0)}{C} = 0{,}0$$

Подставляя значение производной в уравнение **(7)** находим коэффициенты:

$$\mathrm{Ctg}(B) = 0{,}71 \quad ; \quad B = 54{,}5^\circ, \quad A = 2{,}046 \text{ А}$$

Закон изменения напряжения на ёмкости после коммутации:

$$Uc = 18{,}33 + 2{,}046 \cdot e^{-8568\,t} \cdot \mathrm{Sin}(\,12032\,t + 54{,}5^\circ), \text{ В}$$

2.2. Находим токи в ветвях схемы.

Ток через ёмкость найдём из соотношения **(4)**. Подставляем в выражение для производной **(6)** значение коэффициентов **A** и **B**.

$$i_2 = C\frac{\partial U_c}{\partial t} = \mathbf{2{,}0}\ e^{-8568\,t}\ [\,\mathbf{-8568}\ \mathbf{Sin(}\ \mathbf{12032}\,t\ \mathbf{+54{,}5}\ ^\circ\mathbf{)+}\ \mathbf{12032}\ \mathbf{Cos(}\ \mathbf{12032}\,t\ \mathbf{+54{,}5}\ ^\circ\mathbf{)}]\ ,\ \text{мА}$$

Учитывая, что **-8568** **=14771,0 •Cos(125,5** ° **)**

12032 **=14771,0 •Sin(125,5** ° **)**

и используя соотношение **Cos(x)Sin(y)+Sin(x)Cos(y) = Sin(x+y)** получаем:

$$\boxed{i_2 = 30{,}2 \bullet e^{-8568\,t} \bullet \mathrm{Sin}(\ 12032\ t\ +\ 180{,}0\ ^\circ),\ \text{мА}}$$

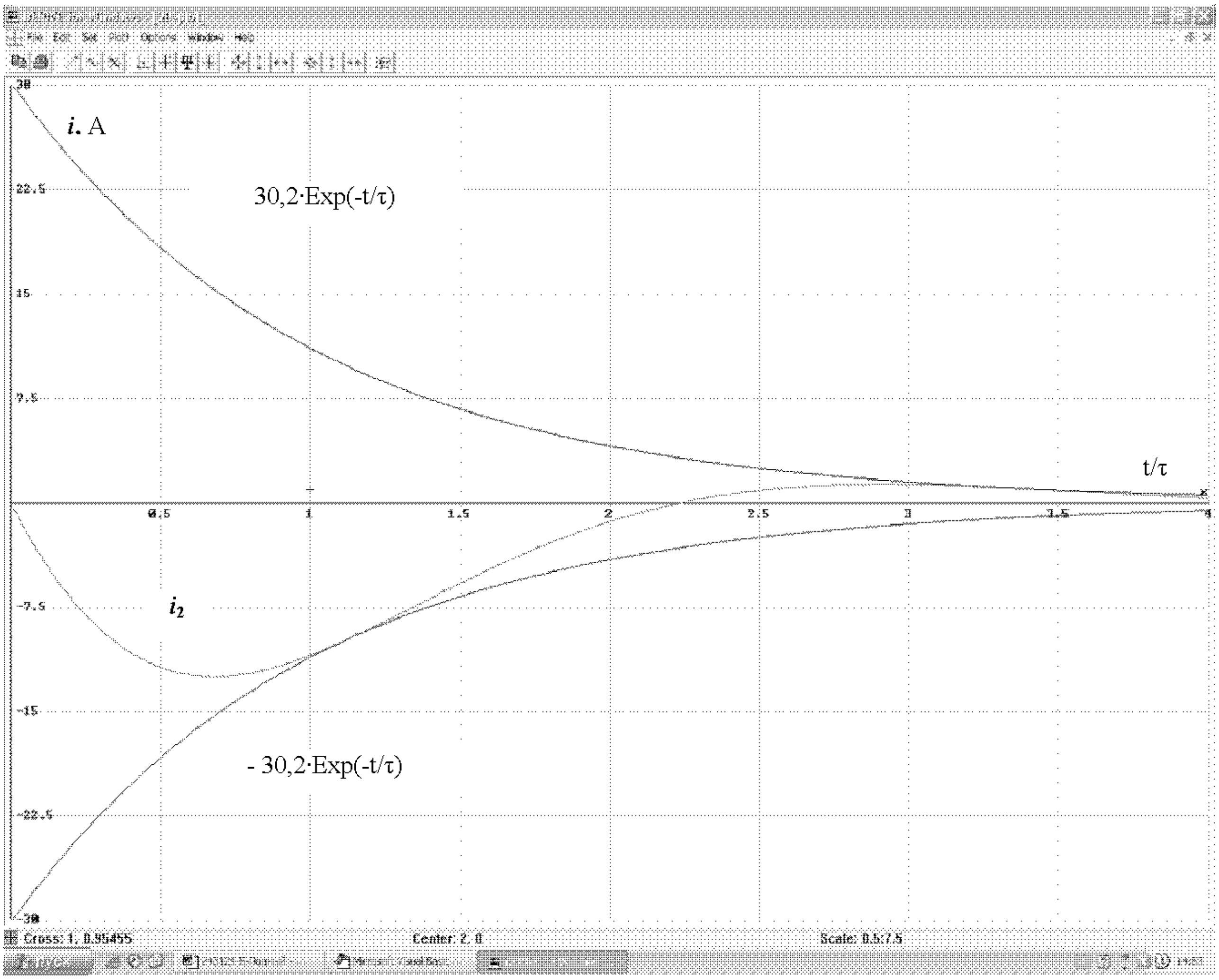
Найдём постоянную времени и период переходного процесса:

$$\tau = \frac{1}{\mathrm{Re}[p]} = 0{,}117\ \text{мС} \qquad T = \frac{2\pi}{\mathrm{Im}[p]} = 0{,}522\ \text{мС}$$

Вычисляем значение тока, выбранного в соответствии с шифром задания, соответствующие значению параметра **t / τ** от **0** до **4**.

t / τ	**0**	**0.01**	**0.05**	**0.1**	**0.5**	**1**	**1.5**	**2**	**3**	**4**
t, мс	**0,0**	**0,001**	**0,006**	**0,012**	**0,058**	**0,117**	**0,175**	**0,233**	**0,35**	**0,467**
$e^{-t/\tau}$	**1,0**	**0,99**	**0,951**	**0,905**	**0,607**	**0,368**	**0,223**	**0,135**	**0,05**	**0,018**
Sin(1,404 t/τ+180,0 ° **)**	**0,0**	**-0,014**	**-0,07**	**-0,14**	**-0,646**	**-0,986**	**-0,86**	**-0,327**	**0,878**	**0,618**
$i_{2\,св}$, А	**0,0**	**-0,42**	**-2,02**	**-3,83**	**-11,84**	**-10,96**	**-5,8**	**-1,34**	**1,32**	**0,34**
i_2 , А	**0,0**	**-0,42**	**-2,02**	**-3,83**	**-11,84**	**-10,96**	**-5,8**	**-1,34**	**1,32**	**0,34**

Построим осциллограмму тока



i. A
30,2·Exp(-t/τ)
t/τ
i2
- 30,2·Exp(-t/τ)
Cross: 1, 0.95455
Center: 2, 0
Scale: 0.5:7.5