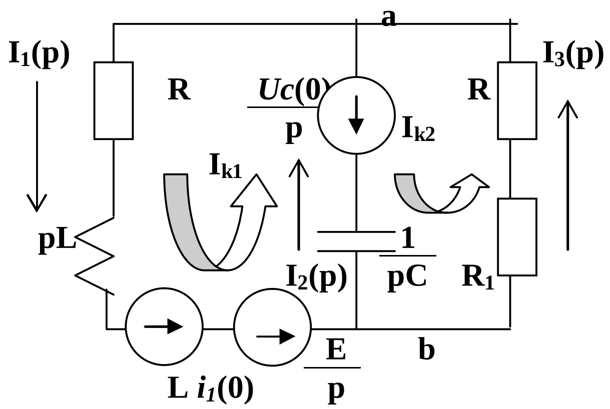
Задача 11. Операторный метод решения задачи №10.

Чертим операторную послекоммутационную схему в соответствии с правилами преобразования Лапласа.



Задачу определения токов в схеме удобно решать методом контурных токов. Принимаем за положительное направление - против хода часовой стрелки:

$$\begin{cases} \mathbf{I_{k1}(R+pL+\frac{1}{pC}) - \frac{I_{k2}}{pC} = L\mathit{i_1}(0) + \frac{E - \mathit{Uc}(0)}{p}} \\ \mathbf{-\frac{I_{k1}}{pC} + I_{k2}(R+R_1+\frac{1}{pC}) = \frac{\mathit{Uc}(0)}{p}} \end{cases}$$

Умножаем систему уравнений на **pC** и выделяем из первого уравнения $\mathbf{I_{k2}}$ (учтём, что начальное значения переменной состояния $\boldsymbol{Uc}\mathbf{(0)}$ равно **E**):

$$\mathbf{I_{k2} = I_{k1}\bullet((R+pL)pC+1) - pLC\,\mathit{i_1}(0)}$$

Подставляем это значение во второе уравнение и получаем выражение для $\mathbf{I_{k1}}$:

$$\mathbf{-I_{k1} + (pC(R + R_1) + 1)(\,I_{k1}\bullet((R+pL)pC+1) - pLC\,\mathit{i_1}(0)) = CE}$$

$$\mathbf{-I_{k1}+(pC(R + R_1) + 1)(\,I_{k1}\bullet((R+pL)pC+1) = C(E + (pC(R+R_1)+1)pL\,\mathit{i_1}(0))}$$

$$\mathbf{I_{k1}\bullet pC(p^2LC(R+R_1) + p(L+ RC(R+R_1) + 2R + R_1) = C(p^2LC(R+R_1)\,\mathit{i_1}(0) + pL\,\mathit{i_1}(0) + E)}$$

Выражение в скобках левой части уравнения есть характеристическое уравнение, корни которого мы нашли ранее.

$$\mathbf{I_{k1}\bullet pCL(R+R_1)(p - p_1)(p - p_2) = p^2LC(R+R_1)\,\mathit{i_1}(0) + pL\,\mathit{i_1}(0) + E}$$

Получаем выражение для контурного тока $\mathbf{I_{k1}}$ и соответственно для $\mathbf{I_1(p)}$:

$$\mathbf{I_{k1}= I_1(p) = \frac{p^2LC(R+R_1)\,\mathit{i_1}(0) + pL\,\mathit{i_1}(0) + E}{pLC(R+R_1)(p - p_1)(p - p_2)}}$$

Аналогично проводим вычисления для тока $\mathbf{I_{k2}}$.

$$\mathbf{I_{k1} = I_{k2}\bullet((R+ R_1)pC+1) - CE}$$

$$\mathbf{I_{k2}\bullet pC^2L(R+R_1)(p - p_1)(p - p_2) = CpL\bullet \mathit{i_1}(0)+ CE\bullet((R+pL)pC+1)}$$

$$\mathbf{I_{k2}= I_3(p) = \frac{p^2LCE + p(L\bullet \mathit{i_1}(0) + ERC) + E}{pLC(R+R_1)(p - p_1)(p - p_2)}}$$

Изображение тока через ёмкость $\mathbf{I_2(p) = I_{k1} - I_{k2}}$. Вычисляем:

$$\mathbf{I_2(p) = \frac{- pLC(\,E - (R+R_1)\bullet \mathit{i_1}(0)) - C\bullet RE}{LC(R+R_1)(p - p_1)(p - p_2)}}$$

Для нахождения оригинала тока применяем формулу разложения.

$$i_2(t) = \sum \frac{N(p_k)}{M'(p_k)} e^{p_k t} \qquad (8)$$

Здесь $\mathbf{p_k}$ - корни уравнения **M(p) = 0.** Значение **p = 0** соответствует изображению принуждённой составляющей тока. Так как нас интересует только свободная составляющая, в сумму будет входить только два члена, соответствующие значениям $\mathbf{p_1}$ и $\mathbf{p_2}$**.**

Заметим, что в выражении для тока $\mathbf{I_2(p)}$ нет корня **p=0**, что означает отсутствие постоянной составляющей в оригинале.

$$I_2(p) = \frac{-p\left(\frac{E}{(R+R_1)} - i_1(0)\right) - \frac{ER}{L(R+R_1)}}{(p-p_1)(p-p_2)} = \frac{N_2(p)}{M_1(p)}$$

$$N_2(p) = \quad 0{,}0\ p \ - \ 363{,}6$$

$$N_2(p_1) = \quad -363{,}64 \ + \ 0{,}0j \ = \quad 363{,}64\ e^{180{,}0^\circ j}$$

$$N_2(p_2) = \quad -363{,}64 \ + \ 0{,}0j \ = \quad 363{,}64\ e^{180{,}0^\circ j}$$

Найдём производную от функции $\mathbf{M_1(p)}$:

$$M_1'(p) = \ p - p_1 + p - p_2$$

$$M'(p_1) = p_1 - p_2 = \quad 24064\ j\ ; \qquad M'(p_1) = p_1 - p_2 = \ -24064\ j$$

Подставляем найденные значения в формулу **(8)** принимая во внимание следующие соотношения:

$$e^{(X+Y)} = e^{X} e^{Y} \qquad \mathrm{Sin}(\alpha) = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j}$$

$$\boxed{i_2 = \quad 30{,}2 \cdot e^{-8568\ t} \cdot \mathrm{Sin}(\ 12032\ t \ + \ 180{,}0\ ^\circ\ ),\ \text{мА}}$$